2024年度入学試験問題

数　　学

注 意 事 項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の注意事項をよく読んでください。その際，問題冊子を開いてはいけません。**
2. この問題冊子のページ数は24ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 数学の問題は範囲①，範囲②および範囲③の三つの出題範囲に分かれています。下表を参考に解答する範囲を一つだけ選択し，解答しなさい。解答に有効な範囲以外を解答した場合，その得点は無効となります。

範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B（1ページから8ページ）

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A（9ページから16ページ）

範囲③：数学Ⅰ・数学A（17ページから24ページ）

学　部	学　科	解答有効な範囲
工学部	機械工学科	**範囲①**
	電気電子情報工学科	
	応用化学生物学科	**範囲②**
情報学部	情報工学科	**範囲①または範囲②**
	情報ネットワーク・コミュニケーション学科	
	情報メディア学科	
	情報システム学科	
健康医療科学部	看護学科	**範囲③**
	管理栄養学科	**範囲②**
	臨床工学科	**範囲①または範囲②**

5. 解答用紙は，範囲①と範囲②が共通の解答欄で表面，範囲③の解答欄は裏面にあります。
6. 解答開始後，解答用紙の表面と裏面を確認し，自分が受験する学科が有効とする範囲に対応した解答用紙面の範囲選択欄に○印を記入し，受験番号欄には受験番号，氏名欄には氏名を記入しなさい。
7. $\boxed{1}$・$\boxed{2}$ の解答は解答用紙の該当箇所に答えのみを記入し，$\boxed{3}$（範囲①および範囲②のみ）の解答は答えだけでなく，解答の途中経過がわかるように記入しなさい。
8. 問題冊子の余白等は自由に利用してかまいません。
9. 解答用紙を持ち出してはいけません。
10. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) a, b を定数，ただし $a > 0$ とする。2次関数 $y = 4ax^2 - 12ax + 8a + b$ のグラフの頂点の座標を a, b を用いて表すと($\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$)である。また，この2次関数の定義域を $-1 \leqq x \leqq 2$ とした場合，最大値が17，最小値が2となるような a, b の値は，$a = \boxed{\text{ウ}}$, $b = \boxed{\text{エ}}$ である。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(2)　△ABC において，AB = 12，BC = 7，CA = 11 とする。このとき，$\cos \angle BAC =$ $\boxed{\text{オ}}$ であり，△ABC の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。また，△ABC の外接円の半径は $\boxed{\text{キ}}$ であり，内接円の半径は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3)　3個のさいころを同時に投げ，3個の出た目の積を n とする。このとき，n が偶数となる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，n が3の倍数となる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。また，n が6の倍数となる確率は $\boxed{\text{サ}}$ であり，n を4で割ると余りが2になる確率は $\boxed{\text{シ}}$ である。

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) $2\log_9 54 - \log_3 \dfrac{2}{9}$ を計算すると整数となり，その値は $\boxed{ス}$ である。

また，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ としたとき，81^{40} は $\boxed{セ}$ 桁(けた)の整数であり，その最高位の数字は $\boxed{ソ}$ である。$\left(\dfrac{2}{81}\right)^{40}$ を小数で表したとき，初めて0でない数字が現れるのは小数第 $\boxed{タ}$ 位である。

(2)　$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に変形すると，$r =$ $\boxed{\text{チ}}$ ，$\alpha =$ $\boxed{\text{ツ}}$ となる。ただし，$r > 0$，$0 \leqq \alpha < 2\pi$ とする。

また，関数 $y = \cos\left(2\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right) - \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta + 1$（$0 \leqq \theta \leqq \pi$）は，$\theta =$ $\boxed{\text{テ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ト}}$ をとり，$\theta =$ $\boxed{\text{ナ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる。

(3) △OAB において，OA = 6，OB = 8，∠AOB = 60° とする。このとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。また，△OAB の垂心を H とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が成り立つように定数 s，t の値を定めると，

$s = \boxed{\text{ネ}}$，$t = \boxed{\text{ノ}}$ となる。

注意）範囲①に $\boxed{\text{ハ}}$ はありません。解答用紙の $\boxed{\text{ハ}}$ の欄には何も記入しないでください。

$\boxed{3}$ t を定数とする。座標平面上の曲線 $C : y = e^{2x}$ と C 上の点 $\mathrm{P}(t,\ e^{2t})$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 C と x 軸，y 軸，および直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(2) 点 P における曲線 C の接線 ℓ の方程式を求めよ。

(3) $1 < t < 2$ であるとき，曲線 C と接線 ℓ，および 2 直線 $x = 1$，$x = 2$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和 S を t の式で表せ。

(4) (3)で求めた S が最小となるときの t の値と S の最小値を求めよ。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) a，b を定数，ただし $a > 0$ とする。2次関数 $y = 4ax^2 - 12ax + 8a + b$ のグラフの頂点の座標を a，b を用いて表すと($\boxed{ア}$ ， $\boxed{イ}$)である。また，この2次関数の定義域を $-1 \leqq x \leqq 2$ とした場合，最大値が17，最小値が2となるような a，b の値は，$a = \boxed{ウ}$ ，$b = \boxed{エ}$ である。

(2)　△ABC において，AB ＝ 12，BC ＝ 7，CA ＝ 11 とする。このとき，$\cos\angle \mathrm{BAC} = \boxed{\text{オ}}$ であり，△ABC の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。また，△ABC の外接円の半径は $\boxed{\text{キ}}$ であり，内接円の半径は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3)　3個のさいころを同時に投げ，3個の出た目の積を n とする。このとき，n が偶数となる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，n が3の倍数となる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。また，n が6の倍数となる確率は $\boxed{\text{サ}}$ であり，n を4で割ると余りが2になる確率は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{2}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) $2\log_9 54 - \log_3 \dfrac{2}{9}$ を計算すると整数となり，その値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

また，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ としたとき，81^{40} は $\boxed{\text{セ}}$ 桁（けた）の整数であり，その最高位の数字は $\boxed{\text{ソ}}$ である。$\left(\dfrac{2}{81}\right)^{40}$ を小数で表したとき，初めて 0 でない数字が現れるのは小数第 $\boxed{\text{タ}}$ 位である。

(2)　$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に変形すると，$r =$ $\boxed{\text{チ}}$，$\alpha =$ $\boxed{\text{ツ}}$ となる。ただし，$r > 0$，$0 \leqq \alpha < 2\pi$ とする。

また，関数 $y = \cos\left(2\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right) - \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta + 1$（$0 \leqq \theta \leqq \pi$）は，$\theta =$ $\boxed{\text{テ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ト}}$ をとり，$\theta =$ $\boxed{\text{ナ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる。

(3)　a を定数とし，$f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 5$ とする。このとき，

$f'(x) =$ $\boxed{\text{ヌ}}$ であるから，$f(x)$が極値をもつような a の値の範囲は $\boxed{\text{ネ}}$ である。また，$f(x)$が $x = -2$ で極大値をとるのは $a =$ $\boxed{\text{ノ}}$ のときであり，このとき，$f(x)$は $x =$ $\boxed{\text{ハ}}$ で極小値をとる。

3　座標平面上の原点 O を中心とする円 C：$x^2+y^2=4$ と直線 $x=\sqrt{3}$ の共有点のうち，第１象限にある方を P とする。また，点 P における円 C の接線を ℓ とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　接線 ℓ の方程式を求めよ。

(2)　接線 ℓ と y 軸との交点を Q とするとき，線分 PQ の長さを求めよ。

(3)　円 C の $y>0$ の部分と，y 軸および直線 PQ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(4)　円 C 上に $\angle \mathrm{POP'}=15^\circ$ となる点 P′ をとる。ただし，点 P′ の x 座標は $\sqrt{3}$ 未満とする。また，$\mathrm{P'Q'}=\mathrm{PQ}$ を満たすように y 軸の正の部分に点 Q′ をとる。このとき，点 Q′ の座標を求めよ。

範囲③：数学Ⅰ・A

範囲③：数学Ⅰ・A

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) a，b を定数，ただし $a > 0$ とする。2次関数 $y = 4ax^2 - 12ax + 8a + b$ のグラフの頂点の座標を a，b を用いて表すと($\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$)である。また，この2次関数の定義域を $-1 \leqq x \leqq 2$ とした場合，最大値が17，最小値が2となるような a，b の値は，$a = \boxed{ウ}$ ，$b = \boxed{エ}$ である。

(2)　$\triangle$ABC において，AB = 12，BC = 7，CA = 11 とする。このとき，
cos $\angle$BAC = $\boxed{\text{オ}}$ であり，$\triangle$ABC の面積は $\boxed{\text{カ}}$ である。また，
$\triangle$ABC の外接円の半径は $\boxed{\text{キ}}$ であり，内接円の半径は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3)　3個のさいころを同時に投げ，3個の出た目の積を n とする。このとき，n が偶数となる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，n が3の倍数となる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。また，n が6の倍数となる確率は $\boxed{\text{サ}}$ であり，n を4で割ると余りが2になる確率は $\boxed{\text{シ}}$ である。

範囲③：数学Ⅰ・A

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ツ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ツ}}$ のように細字で表記してある。

(1) $x = \dfrac{9}{4+\sqrt{7}}$, $y = \dfrac{9}{4-\sqrt{7}}$ のとき，次の式の値を求めると，

$x + y = \boxed{\text{ス}}$，$x^2 + y^2 = \boxed{\text{セ}}$，$x^3 + y^3 = \boxed{\text{ソ}}$，$\sqrt{x} - \sqrt{y} = \boxed{\text{タ}}$ となる。

(2) n は正の整数とする。n と54の最小公倍数が756であるとき，n のとりうる値は全部で $\boxed{\text{チ}}$ 個あり，その中で最小の値は $\boxed{\text{ツ}}$，最大の値は $\boxed{\text{テ}}$ である。また，$\boxed{\text{ツ}}$ と54の最大公約数は $\boxed{\text{ト}}$ である。

(3)　次の10個の値からなるデータがある。ただし，a，b は定数で，$a < b$ とする。

$$55,\ 61,\ 65,\ 70,\ 75,\ 80,\ 90,\ 95,\ a,\ b$$

このデータの中央値が74，第3四分位数が86であるとき，$a = \boxed{\text{ナ}}$，$b = \boxed{\text{ニ}}$ である。また，$a = \boxed{\text{ナ}}$，$b = \boxed{\text{ニ}}$ のとき，このデータの平均値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

(4)　0，1，2，3，4，5の6個の数字から異なる4個の数字を選んで4桁(けた)の整数を作る。このとき，作ることのできる4桁の整数は全部で $\boxed{\text{ネ}}$ 個あり，それらの整数の中で，千の位と一の位の数字を入れ替え，さらに百の位と十の位の数字を入れ替えても4桁の整数になるものは $\boxed{\text{ノ}}$ 個ある。これら $\boxed{\text{ノ}}$ 個の整数のうち，もとの整数と入れ替えた後の整数を加えたとき，どの位の数字も偶数になるものは $\boxed{\text{ハ}}$ 個ある。

(5)　$U=\{n\,|\,n$ は1以上9以下の自然数$\}$を全体集合とし，U の部分集合 A，B について，次が成り立つとする。

$$A\cap B=\{2,8\},\quad A\cup B=\{2,4,6,7,8\},\quad \overline{A}\cap B=\{7\}$$

このとき，集合 A，B の要素を書き並べて表すと，$A=\{$ $\boxed{\text{ヒ}}$ $\}$，$B=\{$ $\boxed{\text{フ}}$ $\}$ となる。また，$\overline{A}\cup B$ の要素の個数は $\boxed{\text{ヘ}}$ である。

2024年度入学試験

数学解答用紙

氏名	

範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B
~~**範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A**~~

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア $\frac{3}{2}$	イ $-a+b$	ウ $\frac{3}{5}$	エ $\frac{13}{5}$
オ $\frac{9}{11}$	カ $12\sqrt{10}$	キ $\frac{77\sqrt{10}}{40}$	ク $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
ケ $\frac{7}{8}$	コ $\frac{19}{27}$	サ $\frac{133}{216}$	シ $\frac{1}{4}$

2

ス 5	セ 77	ソ 2	タ 65	チ 2
ツ $\frac{\pi}{3}$	テ $\frac{5}{6}\pi$	ト $\frac{5}{2}$	ナ $\frac{\pi}{6}$	ニ -2
ヌ 24	ネ $\frac{5}{9}$	ノ $\frac{1}{6}$	ハ	

3 **解答は答えだけではなく，途中経過がわかるように記入しなさい。**

(1) $\int_0^2 e^{2x}dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^2 = \frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}e^0 = \frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}$

(2) $y' = 2e^{2x}$ より接線 l の方程式は

$y = 2e^{2t}(x-t) + e^{2t} \Rightarrow y = 2e^{2t}x - 2te^{2t} + e^{2t}$

(3) $1<t<2$ の範囲で、接点をのぞくと C の方が l より上にあるので

$S = \int_1^2 \{e^{2x} - (2e^{2t}x - 2te^{2t} + e^{2t})\}dx$

$= \left[\frac{1}{2}e^{2x} - e^{2t}x^2 + 2te^{2t}x - e^{2t}x\right]_1^2$

$= \left(\frac{1}{2}e^4 - 4e^{2t} + 4te^{2t} - 2e^{2t}\right) - \left(\frac{1}{2}e^2 - e^{2t} + 2te^{2t} - e^{2t}\right)$

$= 2te^{2t} - 4e^{2t} + \frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}e^2$

(4) S を t で微分すると $S' = 2e^{2t} + 4te^{2t} - 8e^{2t} = (4t-6)e^{2t}$ なので

$1<t<2$ の範囲の増減表は左下のようになる。よって S は $t=\frac{3}{2}$ のとき

t	1	$\cdots$	$\frac{3}{2}$	$\cdots$	2
S'		$-$	0	$+$	
S		↘		↗	

最小値 $3e^3 - 4e^3 + \frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}e^2 = \frac{1}{2}e^4 - e^3 - \frac{1}{2}e^2$

をとる。

範囲選択欄	①	②
	○	

受験番号		得点	①	②

2024年度入学試験

数学解答用紙

氏名	

~~範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B~~

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ
$\frac{3}{2}$	$-a+b$	$\frac{3}{5}$	$\frac{13}{5}$
オ	カ	キ	ク
$\frac{9}{11}$	$12\sqrt{10}$	$\frac{77\sqrt{10}}{40}$	$\frac{4\sqrt{10}}{5}$
ケ	コ	サ	シ
$\frac{7}{8}$	$\frac{19}{27}$	$\frac{133}{216}$	$\frac{1}{4}$

2

ス	セ	ソ	タ	チ
5	77	2	65	2
ツ	テ	ト	ナ	ニ
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{5}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	-2
ヌ	ネ	ノ	ハ	
$3x^2-4x+a$	$a<\frac{4}{3}$	-20	$\frac{10}{3}$	

3 解答は答えだけではなく，途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $(\sqrt{3})^2+y^2=4 \Rightarrow y=\pm 1$ なので 点Pの座標は $(\sqrt{3}, 1)$ である。

よって $x^2+y^2=4$ 上の点 $(\sqrt{3}, 1)$ における接線の方程式は

$$\sqrt{3}x+y=4 \quad \Rightarrow \quad y=-\sqrt{3}x+4$$

(2) (1)より 点Qの座標は $(0,4)$ である。よって 線分PQの長さは

$$\sqrt{(\sqrt{3}-0)^2+(1-4)^2}=\sqrt{3+9}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

(3) 円Cとy軸の $y>0$ との交点をRとすると求める図形の面積は

△OPQの面積から扇形OPRの面積を引いた値になる。

△OPQの面積は $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot \sqrt{3}=2\sqrt{3}$ であり，

扇形OPRの面積は 余弦定理より $\cos\angle QOP=\frac{1}{2}$ より $\angle QOP=60^\circ$ なので

$2^2\pi\times\frac{60}{360}=\frac{2}{3}\pi$ であるから 求める図形の面積は $2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$

(4) (3)より $\angle ROP'=60^\circ-15^\circ=45^\circ$ なので P' の座標は $(\sqrt{2},\sqrt{2})$ である。

また点 Q' の座標を $(0,c)$ とすると $P'Q'=PQ$ より

$$(\sqrt{2}-0)^2+(\sqrt{2}-c)^2=(2\sqrt{3})^2 \Rightarrow c^2-2\sqrt{2}c-8=0$$

を満たすので $c=\sqrt{2}\pm\sqrt{2+8}=\sqrt{2}\pm\sqrt{10}$ であるが $c>0$ なので

$c=\sqrt{2}+\sqrt{10}$ である。よって 点 Q' の座標は $(0,\sqrt{2}+\sqrt{10})$

範囲選択欄	①	②	受験番号		得点	①	②
		○					

A3

2024年度入学試験

範囲③：数学Ⅰ・数学A

数学解答用紙

氏名	

注：この面は範囲③の解答欄です。範囲①・範囲②の共通解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア $\frac{3}{2}$	イ $-a+b$	ウ $\frac{3}{5}$	エ $\frac{13}{5}$
オ $\frac{9}{11}$	カ $12\sqrt{10}$	キ $\frac{77\sqrt{10}}{40}$	ク $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
ケ $\frac{7}{8}$	コ $\frac{19}{27}$	サ $\frac{133}{216}$	シ $\frac{1}{4}$

2

ス 8	セ 46	ソ 296	タ $-\sqrt{2}$	チ 4

ツ 28	テ 756	ト 2	ナ 73
ニ 86	ヌ 75	ネ 300	ノ 240
ハ 48	ヒ 2, 4, 6, 8	フ 2, 7, 8	ヘ 7

範囲選択欄	③
	○

受験番号		得点	③