2024年度入学試験問題

数　　学

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の注意事項をよく読んでください。その際，問題冊子を開いてはいけません。**
2. この問題冊子のページ数は24ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 数学の問題は範囲①，範囲②および範囲③の三つの出題範囲に分かれています。下表を参考に解答する範囲を一つだけ選択し，解答しなさい。解答に有効な範囲以外を解答した場合，その得点は無効となります。

   範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B（1ページから8ページ）

   範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A（9ページから16ページ）

   範囲③：数学Ⅰ・数学A（17ページから24ページ）

学　部	学　科	解答有効な範囲
工学部	機械工学科	**範囲①**
	電気電子情報工学科	
	応用化学生物学科	**範囲②**
情報学部	情報工学科	**範囲①または範囲②**
	情報ネットワーク・コミュニケーション学科	
	情報メディア学科	
	情報システム学科	
健康医療科学部	看護学科	**範囲③**
	管理栄養学科	**範囲②**
	臨床工学科	**範囲①または範囲②**

5. 解答用紙は，範囲①と範囲②が共通の解答欄で表面，範囲③の解答欄は裏面にあります。
6. 解答開始後，解答用紙の表面と裏面を確認し，自分が受験する学科が有効とする範囲に対応した解答用紙面の範囲選択欄に○印を記入し，受験番号欄には受験番号，氏名欄には氏名を記入しなさい。
7. $\boxed{1}$・$\boxed{2}$ の解答は解答用紙の該当箇所に答えのみを記入し，$\boxed{3}$（範囲①および範囲②のみ）の解答は答えだけでなく，解答の途中経過がわかるように記入しなさい。
8. 問題冊子の余白等は自由に利用してかまいません。
9. 解答用紙を持ち出してはいけません。
10. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{イ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{イ}}$ のように細字で表記してある。**また，** $\boxed{\text{コ}}$ **，** $\boxed{\text{サ}}$ **，** $\boxed{\text{シ}}$ **，** $\boxed{\text{ス}}$ **には，問題文中の選択肢の中から適切なものを選び，記号** (i), (ii), (iii), (iv) **のいずれかを書け。**

(1) 放物線 $C : y = -x^2 + 10x - 23$ の軸は直線 $x = \boxed{\text{ア}}$ である。また，C の頂点を x 軸に関して対称移動した点をPとする。a，b を定数とし，放物線 $C' : y = x^2 + ax + b$ の頂点がPと一致するとき，a，b の値は $a = \boxed{\text{イ}}$ ，$b = \boxed{\text{ウ}}$ である。さらに，$a = \boxed{\text{イ}}$ ，$b = \boxed{\text{ウ}}$ であるとき，C' を x 軸方向に $\boxed{\text{エ}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\text{オ}}$ だけ平行移動すると，放物線 $y = x^2$ となる。

(2) ある数学の試験では，100 点満点の穴埋め式問題と 100 点満点の記述式問題を課し，その 2 つの問題の得点をもとに評価点を決める。評価点は穴埋め式問題の得点を x，記述式問題の得点を y としたとき

$$sx + (1 - s)y$$

と定める。ただし，s は 0 以上 1 以下の定数とし，配分と呼ぶ。

例えば，配分が 0.6 で，穴埋め式の得点が 68 点，記述式の得点が 43 点のとき，評価点は $\boxed{\text{カ}}$ 点となる。

さらに，穴埋め式問題の平均点を $\bar{x}$ とし，記述式問題の平均点を $\bar{y}$ とする。$\bar{x} - \bar{y} = 30$ が成立するならば，配分が a（ただし，$0.1 < a < 1$）のときの評価点の平均に比べ，配分が $a - 0.1$ のときの評価点の平均は $\boxed{\text{キ}}$ 点下がる。

また，配分が 0.75 のときの評価点の平均が 66 点で，配分が 0.65 のときの評価点の平均が 62 点となるような $\bar{x}$，$\bar{y}$ の値は，$\bar{x} = \boxed{\text{ク}}$，$\bar{y} = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) **以下の $\boxed{\text{コ}}$ ，$\boxed{\text{サ}}$ ，$\boxed{\text{シ}}$ ，$\boxed{\text{ス}}$ に，次の選択肢の中から適切なものを選び，その記号** (i)，(ii)，(iii)，(iv) **のいずれかを書け。**

(i) 必要条件であるが十分条件ではない。

(ii) 十分条件であるが必要条件ではない。

(iii) 必要十分条件である。

(iv) 必要条件でも十分条件でもない。

なお，文中の m，n は自然数とし，$\dfrac{m}{n}$ は既約分数とする。

- n が 2 以外の素因数をもたないことは，$\dfrac{m}{n}$ が有限小数で表されるための $\boxed{\text{コ}}$
- n の素因数に 2 以外のものがあることは，$\dfrac{m}{n}$ が循環小数で表されるための $\boxed{\text{サ}}$
- n が 2 以外の素因数をもたないことは，$\dfrac{m}{n}$ が 2 進法の有限小数で表されるための $\boxed{\text{シ}}$
- $\dfrac{m}{n}$ が 2 進法の有限小数で表せないことは，n の素因数に 2 以外のものがあるための $\boxed{\text{ス}}$

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ヌ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ヌ}}$ のように細字で表記してある。

(1) a を正の定数とする。関数 $y = 3^x$ のグラフと関数 $y = \tan ax$ のグラフが，$x = \dfrac{1}{2}$ で共有点をもつような a の値のうち，最小の値は $a = \boxed{\text{セ}}$ である。また，$x = -\dfrac{1}{2}$ で共有点をもつような a の値のうち，最小の値は $a = \boxed{\text{ソ}}$ である。

次に b を正の定数とする。関数 $y = \log_4 x$ のグラフと関数 $y = \sin bx$ のグラフが，$x = 2$ で共有点をもつような b の値のうち，最小の値は $b = \boxed{\text{タ}}$ である。また，$x = \dfrac{1}{2}$ で共有点をもつような b の値のうち，最小の値は $b = \boxed{\text{チ}}$ である。

(2) 平面上の点 G を重心とする△ABC について，$\overrightarrow{\mathrm{GA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{GB}} = \vec{b}$ とし，線分 AB 上の点 P の位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{GP}}$ を，実数 t を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{GP}} = \vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a})$$

と表す。

直線 GP が辺 CA に平行ならば，$t = \boxed{\text{ツ}}$ である。また，直線 GP が辺 AB に垂直で，内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値が 1，$|\vec{a}| = 2$，$|\vec{b}| = 3$ ならば，$t = \boxed{\text{テ}}$ である。

直線 GP が辺 CA と端点 C，A 以外で共有点を持つような，t の値の範囲は $\boxed{\text{ト}}$ であり，その共有点 Q の位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{GQ}}$ を，実数 s を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{GQ}} = \overrightarrow{\mathrm{GC}} + s\overrightarrow{\mathrm{CA}}$$

の形に表せば，s は t の式で $s = \boxed{\text{ナ}}$ となる。

(3) 座標平面上の2点F($3\sqrt{2}$, 0)，F′($-3\sqrt{2}$, 0)を焦点とする双曲線Cが，傾き1の漸近線ℓをもつとすると，ℓの方程式は$y=$ $\boxed{\text{ニ}}$ である。ℓ上の点P(a, b)から2点F，F′までの距離の差 PF′ − PF をaの式で表せば

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\sqrt{2a^2+6\sqrt{2}a+18}+\sqrt{2a^2-6\sqrt{2}a+18}}$$

である。また，

$$\lim_{a\to\infty}\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\sqrt{2a^2+6\sqrt{2}a+18}+\sqrt{2a^2-6\sqrt{2}a+18}}=\boxed{\text{ネ}}$$

となるから，双曲線C上の点Qは QF′ − QF $= \pm$ $\boxed{\text{ネ}}$ を満たす。よって，Cの方程式を

$$x^2-y^2+r=0\ (r\text{は定数})$$

と表せば，$r=$ $\boxed{\text{ノ}}$ となる。

3 関数 $f(x) = x^4 - 4x^3$ と曲線 $C : y = f(x)$ に関して，以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$の導関数$f'(x)$と第２次導関数$f''(x)$を求めよ。

(2) $y = f(x)$ の極値と変曲点を求め，曲線 C の概形をかけ。

(3) a を定数としたとき，曲線 C 上の点$(a, f(a))$における接線の方程式を求めよ。

(4) 曲線 C の接線のうち，傾きが -8 であるものをすべて求めよ。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

$\boxed{\textbf{1}}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

なお，同一の問題文中に $\boxed{\textbf{イ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{イ}$ のように細字で表記してある。**また，** $\boxed{\textbf{コ}}$ **，** $\boxed{\textbf{サ}}$ **，** $\boxed{\textbf{シ}}$ **，** $\boxed{\textbf{ス}}$ **には，問題文中の選択肢の中から適切なものを選び，記号** (i)，(ii)，(iii)，(iv) **のいずれかを書け。**

(1) 放物線 $C: y = -x^2 + 10x - 23$ の軸は直線 $x =$ $\boxed{\textbf{ア}}$ である。また，C の頂点を x 軸に関して対称移動した点をPとする。a，b を定数とし，放物線 $C': y = x^2 + ax + b$ の頂点がPと一致するとき，a，b の値は $a =$ $\boxed{\textbf{イ}}$ ，$b =$ $\boxed{\textbf{ウ}}$ である。さらに，$a =$ $\boxed{イ}$ ，$b =$ $\boxed{ウ}$ であるとき，C' を x 軸方向に $\boxed{\textbf{エ}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\textbf{オ}}$ だけ平行移動すると，放物線 $y = x^2$ となる。

(2) ある数学の試験では，100 点満点の穴埋め式問題と 100 点満点の記述式問題を課し，その 2 つの問題の得点をもとに評価点を決める。評価点は穴埋め式問題の得点を x，記述式問題の得点を y としたとき

$$sx+(1-s)y$$

と定める。ただし，s は 0 以上 1 以下の定数とし，配分と呼ぶ。

例えば，配分が 0.6 で，穴埋め式の得点が 68 点，記述式の得点が 43 点のとき，評価点は $\boxed{\text{カ}}$ 点となる。

さらに，穴埋め式問題の平均点を $\bar{x}$ とし，記述式問題の平均点を $\bar{y}$ とする。$\bar{x}-\bar{y}=30$ が成立するならば，配分が a（ただし，$0.1<a<1$）のときの評価点の平均に比べ，配分が $a-0.1$ のときの評価点の平均は $\boxed{\text{キ}}$ 点下がる。

また，配分が 0.75 のときの評価点の平均が 66 点で，配分が 0.65 のときの評価点の平均が 62 点となるような $\bar{x}$，$\bar{y}$ の値は，$\bar{x}=\boxed{\text{ク}}$，$\bar{y}=\boxed{\text{ケ}}$ である。

(3)　**以下の $\boxed{\text{コ}}$ ，$\boxed{\text{サ}}$ ，$\boxed{\text{シ}}$ ，$\boxed{\text{ス}}$ に，次の選択肢の中から適切なものを選び，その記号** (i)，(ii)，(iii)，(iv) **のいずれかを書け。**

(i)　必要条件であるが十分条件ではない。

(ii)　十分条件であるが必要条件ではない。

(iii)　必要十分条件である。

(iv)　必要条件でも十分条件でもない。

なお，文中の m，n は自然数とし，$\dfrac{m}{n}$ は既約分数とする。

- n が 2 以外の素因数をもたないことは，$\dfrac{m}{n}$ が有限小数で表されるための $\boxed{\text{コ}}$
- n の素因数に 2 以外のものがあることは，$\dfrac{m}{n}$ が循環小数で表されるための $\boxed{\text{サ}}$
- n が 2 以外の素因数をもたないことは，$\dfrac{m}{n}$ が 2 進法の有限小数で表されるための $\boxed{\text{シ}}$
- $\dfrac{m}{n}$ が 2 進法の有限小数で表せないことは，n の素因数に 2 以外のものがあるための $\boxed{\text{ス}}$

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1) a を正の定数とする。関数 $y = 3^x$ のグラフと関数 $y = \tan ax$ のグラフが，$x = \dfrac{1}{2}$ で共有点をもつような a の値のうち，最小の値は $a = \boxed{\text{セ}}$ である。また，$x = -\dfrac{1}{2}$ で共有点をもつような a の値のうち，最小の値は $a = \boxed{\text{ソ}}$ である。

次に b を正の定数とする。関数 $y = \log_4 x$ のグラフと関数 $y = \sin bx$ のグラフが，$x = 2$ で共有点をもつような b の値のうち，最小の値は $b = \boxed{\text{タ}}$ である。また，$x = \dfrac{1}{2}$ で共有点をもつような b の値のうち，最小の値は $b = \boxed{\text{チ}}$ である。

(2) 最小公倍数が60となる異なる2つの自然数a，b(ただし$a < b$)の組(a，b)の個数を，次のようにして求める。aとbの最大公約数をdとするとき，$\dfrac{60}{d}$の異なる素因数の個数が3となるdの値は $\boxed{\text{ツ}}$ 個あり，そのようなdを1つ与えたとき，可能なa，bの組合せは $\boxed{\text{テ}}$ 通りである。また，$\dfrac{60}{d}$の異なる素因数の個数が2となるdの値は $\boxed{\text{ト}}$ 個ある。このようにして，最小公倍数が60となる自然数の組(a，b)をすべて求めれば，$\boxed{\text{ナ}}$ 通りである。

(3) a を定数とし，座標平面上の直線 $y = 2$ から円 $C : x^2 + y^2 = 9$ によって切り取られる線分をABとする。点$(a,\ 2)$が線分AB上にあって，点A，Bとは異なるとすると，a の値の範囲は $\boxed{\text{ニ}}$ である。このとき，点$(a,\ 2)$を中心として円 C に接する2つの円のうち，半径が小さい方の円を C' とすると，円 C' の半径の長さは $\boxed{\text{ヌ}}$ となる。2つの円 C，C' の接点をPとすると，点Pの x 座標は $\boxed{\text{ネ}}$ であり，点Pにおける円 C，C' の共通接線の y 切片は $\boxed{\text{ノ}}$ となる。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

3 s，t は定数で，$f(x) = x^3 - 4x$，$g(x) = -x^3 + sx + t$ とする。座標平面上の曲線 $C : y = f(x)$ の点 $\mathrm{A}(-2, f(-2))$ における接線を ℓ とし，点A以外の C と ℓ の共有点をBとする。さらに，曲線 $C' : y = g(x)$ は点Aと点Bを通るものとする。また，k を定数とし，C 上に点 $\mathrm{P}(k, f(k))$ を，C' 上に点 $\mathrm{Q}(k, g(k))$ をとる。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 接線 ℓ の方程式と，点Bの座標を求めよ。

(2) 定数 s と t の値を求めよ。

(3) 直線 ℓ は線分PQを2等分することを示せ。

(4) b を(1)で求めた点Bの x 座標とする。定数 k の値が $-2 < k < b$ の範囲で変化するとき，線分PQの長さが最大になるような k の値と，そのときの線分PQの長さを求めよ。

範囲③：数学Ⅰ・A

範囲③：数学Ⅰ・A

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

なお，同一の問題文中に $\boxed{イ}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{イ}$ のように細字で表記してある。**また，** $\boxed{コ}$ **，** $\boxed{サ}$ **，** $\boxed{シ}$ **，** $\boxed{ス}$ **には，問題文中の選択肢の中から適切なものを選び，記号** (i)，(ii)，(iii)，(iv) **のいずれかを書け。**

(1) 放物線 $C: y = -x^2 + 10x - 23$ の軸は直線 $x = \boxed{ア}$ である。また，C の頂点を x 軸に関して対称移動した点をPとする。a，b を定数とし，放物線 $C': y = x^2 + ax + b$ の頂点がPと一致するとき，a，b の値は $a = \boxed{イ}$，$b = \boxed{ウ}$ である。さらに，$a = \boxed{イ}$，$b = \boxed{ウ}$ であるとき，C' を x 軸方向に $\boxed{エ}$，y 軸方向に $\boxed{オ}$ だけ平行移動すると，放物線 $y = x^2$ となる。

(2)　ある数学の試験では，100 点満点の穴埋め式問題と 100 点満点の記述式問題を課し，その 2 つの問題の得点をもとに評価点を決める。評価点は穴埋め式問題の得点を x，記述式問題の得点を y としたとき

$$sx + (1 - s)y$$

と定める。ただし，s は 0 以上 1 以下の定数とし，配分と呼ぶ。

例えば，配分が 0.6 で，穴埋め式の得点が 68 点，記述式の得点が 43 点のとき，評価点は $\boxed{\text{カ}}$ 点となる。

さらに，穴埋め式問題の平均点を $\bar{x}$ とし，記述式問題の平均点を $\bar{y}$ とする。$\bar{x} - \bar{y} = 30$ が成立するならば，配分が a（ただし，$0.1 < a < 1$）のときの評価点の平均に比べ，配分が $a - 0.1$ のときの評価点の平均は $\boxed{\text{キ}}$ 点下がる。

また，配分が 0.75 のときの評価点の平均が 66 点で，配分が 0.65 のときの評価点の平均が 62 点となるような $\bar{x}$，$\bar{y}$ の値は，$\bar{x} = \boxed{\text{ク}}$，$\bar{y} = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) **以下の $\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ に，次の選択肢の中から適切なものを選び，その記号** (i)，(ii)，(iii)，(iv) **のいずれかを書け。**

(i) 必要条件であるが十分条件ではない。

(ii) 十分条件であるが必要条件ではない。

(iii) 必要十分条件である。

(iv) 必要条件でも十分条件でもない。

なお，文中の m，n は自然数とし，$\dfrac{m}{n}$ は既約分数とする。

- n が 2 以外の素因数をもたないことは，$\dfrac{m}{n}$ が有限小数で表されるための $\boxed{\text{コ}}$
- n の素因数に 2 以外のものがあることは，$\dfrac{m}{n}$ が循環小数で表されるための $\boxed{\text{サ}}$
- n が 2 以外の素因数をもたないことは，$\dfrac{m}{n}$ が 2 進法の有限小数で表されるための $\boxed{\text{シ}}$
- $\dfrac{m}{n}$ が 2 進法の有限小数で表せないことは，n の素因数に 2 以外のものがあるための $\boxed{\text{ス}}$

範囲③：数学Ⅰ・A

2 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

(1)　a を正の定数とする。1 辺の長さ 2 の正三角形 ABC を 1 つの面とする四面体 OABC について，OA = OB = OC = a のとき，a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{セ}}$ である。△OAB の面積 S を a の式で表せば S = $\boxed{\text{ソ}}$ であるから，点 A から辺 BO に下ろした垂線を AH とするとき，線分 AH の長さは a の式で $\boxed{\text{タ}}$ と表される。よって，面 OAB と面 OBC が垂直となる a の値は a = $\boxed{\text{チ}}$ である。

(2)　4個の黒丸と5個の白丸を左から右に1列に並べる。このとき，並べ方は $\boxed{\text{ツ}}$ 通りあり，その中で黒丸が隣り合わない並べ方は $\boxed{\text{テ}}$ 通りある。また，左端から黒丸が3個以上連続して並んでいる並べ方は $\boxed{\text{ト}}$ 通りあり，黒丸が連続して3個以上並んでいる並べ方は $\boxed{\text{ナ}}$ 通りある。

(3) 最小公倍数が60となる異なる2つの自然数a，b（ただし$a<b$）の組（a，b）の個数を，次のようにして求める。aとbの最大公約数をdとするとき，$\frac{60}{d}$の異なる素因数の個数が3となるdの値は $\boxed{\text{ニ}}$ 個あり，そのようなdを1つ与えたとき，可能なa，bの組合せは $\boxed{\text{ヌ}}$ 通りである。また，$\frac{60}{d}$の異なる素因数の個数が2となるdの値は $\boxed{\text{ネ}}$ 個ある。このようにして，最小公倍数が60となる自然数の組（a，b）をすべて求めれば，$\boxed{\text{ノ}}$ 通りである。

(4)　1個のさいころを3回投げ，出た目を順に a，b，c とする。このとき，3辺の長さが a，b，c である三角形が存在する確率は $\boxed{\text{ハ}}$ である。また，3辺の長さが a，b，c である鈍角三角形が存在する確率は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。さらに，合同な鈍角三角形は同じものと考えたとき，鈍角三角形は全部で $\boxed{\text{フ}}$ 個できるが，そのような鈍角三角形の鈍角となる角のなかで，最大となる角の大きさを θ とすると，$\cos\theta = \boxed{\text{ヘ}}$ となる。

2024年度入学試験　　**数学解答用紙**

氏名	

~~範囲①~~ : 数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

~~範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A~~

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ	オ
5	-10	23	-5	2

カ	キ	ク	ケ
58	3	76	36

コ	サ	シ	ス
(ii)	(i)	(iii)	(iii)

2

セ	ソ	タ	チ	ツ
$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{7}{3}\pi$	$\frac{1}{3}$

テ	ト	ナ	ニ
$\frac{3}{11}$	$\frac{1}{2} < t \leqq 1$	$\frac{2t-1}{3t-1}$	x

ヌ	ネ	ノ
$12\sqrt{2}a$	6	-9

3　解答は答えだけではなく，途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2$, $f''(x) = 12x^2 - 24x$

(2) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3) = 0$ を満たすのは $x = 0, 3$

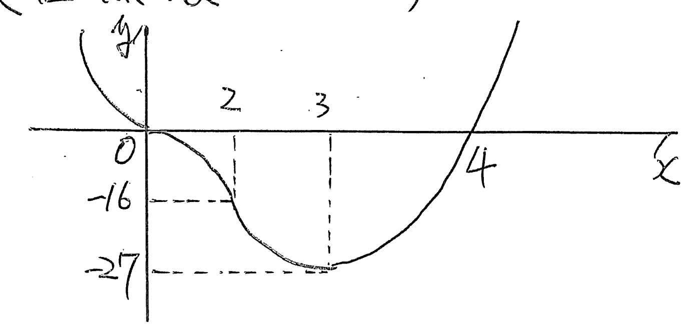
$f''(x) = 12x^2 - 24x = 12x(x-2) = 0$ を満たすのは $x = 0, 2$

よって増減表は下のようになるので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	↘	0	↘	-16	↘	-27	↗

$x = 3$ のとき極小値 -27 をとる

変曲点は $(0, 0)$, $(2, -16)$ である。



(3) $f'(a) = 4a^3 - 12a^2$ より接線の方程式は

$y = (4a^3 - 12a^2)(x - a) + a^4 - 4a^3 \Rightarrow y = (4a^3 - 12a^2)x - 3a^4 + 8a^3$

(4) $4a^3 - 12a^2 = -8 \Rightarrow 4(a-1)(a^2 - 2a - 2) = 0$ より $a = 1, 1 \pm \sqrt{3}$

よって接線の方程式は $a = 1$ のとき $y = -8x + 5$

$a = 1 \pm \sqrt{3}$ のとき $y = -8x - 4$

範囲選択欄	①	②
	○	

受験番号		得点	①	②

A1

2024年度入学試験

数学解答用紙

氏名	

~~範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B~~
範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ	オ
5	-10	23	-5	2

カ	キ	ク	ケ
58	3	76	36
コ	**サ**	**シ**	**ス**
(ii)	(i)	(iii)	(iii)

2

セ	ソ	タ	チ	ツ
$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{7}{3}\pi$	2

テ	ト	ナ	ニ
4	5	22	$-\sqrt{5}<a<\sqrt{5}$

ヌ	ネ	ノ
$3-\sqrt{a^2+4}$	$\frac{3a}{\sqrt{a^2+4}}$ $\left(\frac{3a\sqrt{a^2+4}}{a^2+4}\right)$	$\frac{3\sqrt{a^2+4}}{2}$

3 解答は答えだけではなく，途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $f'(x)=3x^2-4$，$f'(-2)=8$，$f(-2)=0$ より

接線の方程式は $y=8(x+2)+0 \Rightarrow y=8x+16$

また $x^3-4x=8x+16 \Rightarrow (x-4)(x+2)^2=0$ より $x=-2, 4$

よって点Bの座標は $(4, 48)$

(2) $(-2, 0)$，$(4, 48)$ を通るので

$$\begin{cases} 0=8-2s+t \\ 48=-64+4s+t \end{cases}$$

を満たすのは $s=20$，$t=32$

(3) $P(k, k^3-4k)$，$Q(k, -k^3+20k+32)$ の中点は

$$\left(\frac{k+k}{2}, \frac{(k^3-4k)+(-k^3+20k+32)}{2}\right) \Rightarrow (k, 8k+16)$$

なので，すべての k に対して中点は $y=8x+16$ にある

(4) $b=4$ であり $-2<x<4$ の範囲で $g(x)>f(x)$ なので PQの長さを $h(k)$ とすると

$h(k)=(-k^3+20k+32)-(k^3-4k)=-2k^3+24k+32$ である。

k	-2	$\cdots$	2	$\cdots$	4
$h'(k)$	0	$+$	0	$-$	
$h(k)$		↗	64	↘	

$h'(k)=-6k^2+24=-6(k+2)(k-2)$ であるから $-2<k<4$ の範囲で増減表は左のようになる。よって $h(k)$ が最大となるのは $k=2$ のとき 64 である

範囲選択欄	①	②
		○

受験番号		得点	①	②

2024年度入学試験

数学解答用紙

氏名	

~~㊀~~範囲③：数学Ⅰ・数学A

注：この面は範囲③の解答欄です。範囲①・範囲②の共通解答欄はこの面の裏にあります。

1

ア	イ	ウ	エ	オ
5	-10	23	-5	2

カ	キ	ク	ケ
58	3	76	36
コ	サ	シ	ス
(ii)	(i)	(iii)	(iii)

2

セ	ソ	タ	チ
$a > \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{a^2-1}$	$\frac{2\sqrt{a^2-1}}{a}$	$\sqrt{2}$
ツ	テ	ト	ナ
126	15	6	36
ニ	ヌ	ネ	ノ
2	4	5	22
ハ	ヒ	フ	ヘ
$\frac{37}{72}$	$\frac{13}{72}$	8	$-\frac{11}{24}$

範囲選択欄	③
	○

受験番号		得点	③

A1

解答に関する注意

A1　範囲①、範囲②（1）

　問題文では弧度法・度数法の指示がないので、セ、ソ、タ、チについては度数法での解答も正答とした。

セ：$\frac{2}{3}\pi$ もしくは 120°

ソ：$\frac{5}{3}\pi$ もしくは 300°

タ：$\frac{1}{12}\pi$ もしくは 15°

チ：$\frac{7}{3}\pi$ もしくは 420°