

2023 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の表紙と裏表紙の注意事項をよく読んでください。その際、問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子のページ数は 23 ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 数学の問題は範囲①、範囲②及び範囲③の三つの出題範囲に分かれています。下表を参考に解答する範囲を一つだけ選択し、解答しなさい。解答に有効な範囲以外を解答した場合、その得点は無効となります。

範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B(1ページから8ページ)

範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A(9ページから16ページ)

範囲③：数学Ⅰ・数学A(17ページから23ページ)

学 部	学 科(コース)	解答有効な範囲
工 学 部	機械工学科(機械工学コース)	範囲①のみ
	機械工学科(航空宇宙学コース)	範囲①のみ
	電気電子情報工学科	範囲①または範囲②
	応用化学科	範囲②のみ
創 造 工 学 部	自動車システム開発工学科	範囲①のみ
	ロボット・メカトロニクス学科	範囲①のみ
	ホームエレクトロニクス開発学科	範囲①または範囲②
応用バイオ科学部	応用バイオ科学科(応用バイオコース)	範囲②のみ
	応用バイオ科学科(生命科学コース)	範囲②のみ
情 報 学 部	情報工学科	範囲①または範囲②
	情報ネットワーク・コミュニケーション学科	範囲①または範囲②
	情報メディア学科	範囲①または範囲②
健康医療科学部	看護学科	範囲③のみ
	管理栄養学科	範囲②のみ
	臨床工学科	範囲①または範囲②

スーパーサイエンス特別専攻を受験する者の解答有効な範囲は下表の通りです。なお、解答有効な範囲以外を解答した場合、その得点は無効となります。

スーパーサイエンス特別専攻	解答有効な範囲
電気電子特別専攻	範囲①または範囲②
医生命科学特別専攻	範囲②のみ
ICTスペシャリスト特別専攻	範囲①または範囲②
次世代自動車開発特別専攻	範囲①のみ
ロボットクリエイター特別専攻	範囲①のみ
機械工学特別専攻	範囲①のみ

(注意事項は裏表紙に続く)

範圍①：数学 I · II · III · A · B

範囲①：数学 I・II・III・A・B

1 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

- (1) m を定数とする。すべての x に対して $f(x) = x^2 + 4x - m^2 + 5 > 0$ となるような m の値の範囲は ア である。また、 $x \geq 0$ を満たすすべての x について $f(x) > 0$ となるような m の値の範囲は イ である。

範囲①：数学 I・II・III・A・B

(2) 四角形 ABCD が円に内接しているとする。AB = 5, BC = 2, AD = 4,
 $\cos \angle ABC = -\frac{1}{5}$ のとき, AC = , CD = であり, こ
の四角形 ABCD の面積は である。

(3) $|x - 1| + |x - 3|$ を簡単にすると, $x < 1$ のときは であり,
 $1 \leq x < 3$ のときは であり, $3 \leq x$ のときは である。
よって, 不等式 $|x - 1| + |x - 3| \leq 3$ の解は となる。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

- (4) 数直線上を動く点Pが原点の位置にある。1個のさいころを投げて、1, 2, 3, 4の目が出たときにはPは正の向きに2だけ進み、5, 6の目が出たときにはPは負の向きに1だけ進む。さいころを6回投げたとき、Pがちょうど原点にくる確率は である。また、さいころを6回投げたとき、1回目から5回目まではPがちょうど原点にくることなく、6回目でPがちょうど原点にくる確率は であり、1回目から5回目までにPが1度だけちょうど原点に来て、さらに6回目でPがちょうど原点にくる確率は である。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

2 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。
なお、同一の問題文中に などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 のように細字で表記してある。

- (1) 平面上のベクトル \vec{a} , \vec{b} が $2\vec{a} - 3\vec{b} = (3, 13)$, $\vec{a} - 2\vec{b} = (1, 7)$ を満たすとき、 $\vec{a} = (\text{ス}, \text{セ})$, $\vec{b} = (\text{ソ}, \text{タ})$ である。
さらに実数 t が $0 \leq t \leq 3$ の範囲を動くとき、ベクトル $\vec{a} + t\vec{b}$ の大きさ $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最大値は , 最小値は である。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(2) x, y についての連立方程式

$$\begin{cases} \log_2(x+1) - \log_2(y+3) = -1 & \dots \text{①} \\ 2^{x+1} + 2^{y+1} = 15 & \dots \text{②} \end{cases}$$

を解く。①より y を x の式で表すと、 $y = \boxed{\text{テ}}$ となる。この結果を②に代入し、 $t = 2^x$ とおくと、 $2^{x+1} + 2^{y+1}$ は t を用いて $\boxed{\text{ト}}$ と表される。

ここで、①の真数条件より t のとり得る値の範囲は $t > \frac{1}{2}$ なので、方程式 $\boxed{\text{ト}} = 15$ の解は $t = \boxed{\text{ナ}}$ である。したがって、連立方程式の解は $x = \boxed{\text{ニ}}$, $y = \boxed{\text{ヌ}}$ である。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(3) a, b を定数とする。等式 $\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 1}$ が x についての恒等式であるとき、 $a = \boxed{\text{ネ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ノ}}$ である。よって、不定積分

$\int \frac{dx}{x^2 - 1}$ を計算すると $\boxed{\text{ハ}}$ $+ C$ (C は積分定数) である。

さらに、定積分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2}{3}\pi} \frac{dx}{\sin x}$ の値は $\boxed{\text{ヒ}}$ となる。

範囲①：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

3

n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 2n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義され、数列 $\{b_n\}$ は

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義されるとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) b_1 の値を求めよ。
- (2) p, q を定数とし、 $b_{n+1} = pb_n + q$ と表すとき、 p, q の値を求めよ。
- (3) (2)の漸化式より $b_n - c$ が等比数列になるような定数 c の値を求め、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (5) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。

範圍②：数学 I · II · A

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

1 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

- (1) m を定数とする。すべての x に対して $f(x) = x^2 + 4x - m^2 + 5 > 0$ となるような m の値の範囲は ア である。また、 $x \geq 0$ を満たすすべての x について $f(x) > 0$ となるような m の値の範囲は イ である。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

(2) 四角形 ABCD が円に内接しているとする。AB = 5, BC = 2, AD = 4,
 $\cos \angle ABC = -\frac{1}{5}$ のとき, AC = , CD = であり, こ
の四角形 ABCD の面積は である。

(3) $|x - 1| + |x - 3|$ を簡単にすると, $x < 1$ のときは であり,
 $1 \leq x < 3$ のときは であり, $3 \leq x$ のときは である。
よって, 不等式 $|x - 1| + |x - 3| \leq 3$ の解は となる。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

- (4) 数直線上を動く点Pが原点の位置にある。1個のさいころを投げて、1, 2, 3, 4の目が出たときにはPは正の向きに2だけ進み、5, 6の目が出たときにはPは負の向きに1だけ進む。さいころを6回投げたとき、Pがちょうど原点にくる確率は である。また、さいころを6回投げたとき、1回目から5回目まではPがちょうど原点にくることなく、6回目でPがちょうど原点にくる確率は であり、1回目から5回目までにPが1度だけちょうど原点に来て、さらに6回目でPがちょうど原点にくる確率は である。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

2 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。
なお、同一の問題文中に などが2度以上現れる場合、2度目以降は、 のように細字で表記してある。

(1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ とする。 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{2}{7}$ のとき、

$\cos \alpha =$, $\cos \beta =$ である。よって、

$\sin(\alpha + \beta) =$, $\cos(\alpha + \beta) =$ であり、 $\alpha + \beta$ は第 象限の角である。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

(2) x, y についての連立方程式

$$\begin{cases} \log_2(x+1) - \log_2(y+3) = -1 & \dots \text{①} \\ 2^{x+1} + 2^{y+1} = 15 & \dots \text{②} \end{cases}$$

を解く。①より y を x の式で表すと、 $y = \boxed{\text{ツ}}$ となる。この結果を②に代入し、 $t = 2^x$ とおくと、 $2^{x+1} + 2^{y+1}$ は t を用いて $\boxed{\text{テ}}$ と表される。

ここで、①の真数条件より t のとり得る値の範囲は $t > \frac{1}{2}$ なので、方程式 $\boxed{\text{テ}} = 15$ の解は $t = \boxed{\text{ト}}$ である。したがって、連立方程式の解は $x = \boxed{\text{ナ}}$, $y = \boxed{\text{ニ}}$ である。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

- (3) 座標平面上の円 $C : x^2 + y^2 - 4x + 6\sqrt{3}y + 19 = 0$ の中心の座標は
(,), 半径は である。 m を定数とすると、
原点を通る直線 $l : y = mx$ と、円 C の中心の距離を m を使って表すと
 である。直線 l と円 C が2点 P, Q で交わるとき、 $PQ = 4\sqrt{2}$ と
なるような m の値は である。

範囲②：数学Ⅰ・Ⅱ・A

3 関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ が $f(0) = 2$, $f'(1) = -1$, $\int_{-1}^0 f(x) dx = \frac{7}{6}$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数 a , b , c の値を求めよ。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標を求めよ。
- (3) $g(x) = -f(x) + 4$ とするとき、2つの放物線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (4) 放物線 $y = f(x)$ に点 $\left(-\frac{9}{8}, 0\right)$ から引いた接線の方程式をすべて求めよ。

範圍③：数学 I · A

範囲③：数学 I ・ A

1 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

- (1) m を定数とする。すべての x に対して $f(x) = x^2 + 4x - m^2 + 5 > 0$ となるような m の値の範囲は ア である。また、 $x \geq 0$ を満たすすべての x について $f(x) > 0$ となるような m の値の範囲は イ である。

範囲③：数学Ⅰ・A

(2) 四角形 ABCD が円に内接しているとする。AB = 5, BC = 2, AD = 4,
 $\cos \angle ABC = -\frac{1}{5}$ のとき, AC = , CD = であり, こ
の四角形 ABCD の面積は である。

(3) $|x - 1| + |x - 3|$ を簡単にすると, $x < 1$ のときは であり,
 $1 \leq x < 3$ のときは であり, $3 \leq x$ のときは である。
よって, 不等式 $|x - 1| + |x - 3| \leq 3$ の解は となる。

範囲③：数学 I ・ A

- (4) 数直線上を動く点 P が原点の位置にある。1 個のさいころを投げて、1, 2, 3, 4 の目が出たときには P は正の向きに 2 だけ進み、5, 6 の目が出たときには P は負の向きに 1 だけ進む。さいころを 6 回投げたとき、P がちょうど原点にくる確率は である。また、さいころを 6 回投げたとき、1 回目から 5 回目までは P がちょうど原点にくることなく、6 回目で P がちょうど原点にくる確率は であり、1 回目から 5 回目までに P が 1 度だけちょうど原点にきて、さらに 6 回目で P がちょうど原点にくる確率は である。

範囲③：数学Ⅰ・A

2 次の にあてはまる数または式を解答用紙の指定した箇所に書け。

なお、同一の問題文中に など2度以上現れる場合、2度目以降は、 のように細字で表記してある。

(1) $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$ のとき、 $x + \frac{1}{x} =$ である。さらにこのとき $x^2 + \frac{1}{x^2} =$, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ である。

(2) $f(x) = x^2 - 6x + 8$ とする。放物線 $y = f(x)$ の頂点の x 座標は である。 a を正の定数とし、関数 $y = f(x)$ の定義域を $0 \leq x \leq a$ とする。このとき、 $y = f(x)$ の最小値は $0 < a <$ のとき であり、 $a \geq$ のとき である。

範囲③：数学 I ・ A

- (3) 65 と 91 の最大公約数は ，最小公倍数は である。よって，1 以上 5000 以下の自然数のうち，65 でも 91 でも割り切れる数は 個あり，65 または 91 の少なくとも一方で割り切れる数は 個ある。

範囲③：数学 I ・ A

- (4) 下の表のように、ある2つの変数 x , y のデータを得た。ただし、 $a < b$ とする。

x	6	3	-1	-3	2	3	4
y	-2	1	3	4	5	a	b

このとき、 x の平均値は となり、 x の分散は となる。
 x の平均値と y の平均値が等しいとき、 b を a の式で表すと $b =$ である。さらに、 x の分散と y の分散も等しいとき、 $a =$, $b =$ となる。

- (5) 7個の文字 A, A, B, B, B, C, C を1列に並べるとき、異なる並べ方の総数は である。また、2つある A が隣り合わないような並べ方は 通りあり、3つある B のうち、どの2つも隣り合わないような並べ方は 通りある。

5. 複数の学部・学科を併願する者は範囲選択に注意してください。
6. 解答用紙は、範囲①と範囲②の共通の解答欄と範囲③の解答欄が表と裏になっています。
7. 解答開始後、解答用紙の表面と裏面を確認し、自分が解答する解答用紙面の範囲選択欄に○印を記入し、受験番号欄には受験番号、氏名欄には氏名を記入してください。
8. **1**・**2**の解答は解答用紙の該当箇所に答えのみを記入し、**3**（範囲①及び範囲②）の解答は答えだけではなく、解答の途中経過がわかるように記入しなさい。
9. 問題冊子の余白等は自由に利用してかまいません。
10. 解答用紙を持ち出してはいけません。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

氏名	
----	--

★ 範囲①：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

~~範囲②：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A~~

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1	ア $-1 < m < 1$	イ $-\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$	ウ $\sqrt{33}$	エ 5
	オ $6\sqrt{6}$	カ $-2x + 4$	キ 2	ク $2x - 4$
	ケ $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$	コ $\frac{20}{243}$	サ $\frac{8}{243}$	シ $\frac{4}{81}$
2	ス 3	セ 5	ソ 1	タ -1
	ツ $4\sqrt{2}$	テ $2x - 1$	ト $t^2 + 2t$	チ 3
	×	ネ $\frac{1}{2}$	ノ $-\frac{1}{2}$	ハ $\frac{1}{2} \log x-1 - \frac{1}{2} \log x+1 $
	2 $\log_2 3 - 1$			ヒ $\frac{1}{2} \log 3$

3 解答は答えだけでなく、途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $a_2 = 3a_1 + 2 \times 1 = 3 + 2 = 5$ 又) $b_1 = 5 - 1 = 4$

(2) $a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1)$

$\rightarrow a_{n+1} = 3a_n + 2n$

$\frac{1}{2} \log \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$
 $= \log \sqrt{\left| \frac{x-1}{x+1} \right|}$

$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$ 又) $b_{n+1} = 3b_n + 2$

$\therefore p=3, q=2$

(3) $b_{n+1} - c = 3(b_n - c) \Rightarrow b_{n+1} = 3b_n - 2c$ 又) $c = -1 \text{ かつ } n \in \mathbb{Z}$

$\{b_{n+1}\}$ は初項 $b_1 + 1 = 5$, 公比 3 の等比数列となる。よって

$b_{n+1} = 5 \times 3^{n-1} \Rightarrow b_n = 5 \times 3^{n-1} - 1$

(4) $n \geq 2$ のとき $a_n = a_1 + \sum_{i=1}^{n-1} b_i = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} (5 \times 3^{i-1} - 1) = 1 + \frac{5(3^n - 1)}{3-1} - (n-1)$
 $= \frac{5}{2} \times 3^{n-1} - n - \frac{1}{2}$

これに $n=1$ を代入すると $\frac{5}{2} \times 3^0 - 1 - \frac{1}{2} = 1$ 又) 全ての n で OK.

(5) $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \left(\frac{5}{2} \times 3^{k-1} - k - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{2} \frac{(3^n - 1)}{3-1} - \frac{n(n+1)}{2} - \frac{n}{2}$
 $= \frac{5}{4} \times 3^n - \frac{n^2}{2} - n - \frac{5}{4}$

範囲 選択欄	①	②

受験 番号		得点	①	②

氏名	
----	--

- ~~範囲①~~：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B
~~範囲②~~：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A

注：この面は範囲①・範囲②の共通解答欄です。範囲③の解答欄はこの面の裏にあります。

1	ア $-1 < m < 1$	イ $-\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$	ウ $\sqrt{33}$	エ 5
	オ $6\sqrt{6}$	カ $-2x + 4$	キ 2	ク $2x - 4$
	ケ $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$	コ $\frac{20}{243}$	サ $\frac{8}{243}$	シ $\frac{4}{81}$
2	ス $\frac{4}{5}$	セ $-\frac{3\sqrt{5}}{7}$	ソ $\frac{8-9\sqrt{5}}{35}$	タ $-\frac{12\sqrt{5}+6}{35}$
	ツ $2x - 1$	テ $t^2 + 2t$	ト 3	チ $\log_2 3$
	ナ 2	ネ $-3\sqrt{3}$	ノ $2\sqrt{3}$	ニ $2\log_2 3 - 1$
		ハ $\frac{ 2m + 3\sqrt{3} }{\sqrt{m^2 + 1}}$		ヒ $-\frac{23\sqrt{3}}{36}$

3 解答は答えだけでなく、途中経過がわかるように記入しなさい。

(1) $f(0) = c = 2$, $f'(x) = 2ax + b$ より $f'(1) = 2a + b = -1$

$$\int_{-1}^0 (ax^2 + bx + 2) dx = \left[\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^0 = \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + 2 = \frac{7}{6} \text{ より}$$

$a = -1, b = 1, c = 2$ である。

(2) $f(x) = -x^2 + x + 2 = -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$ より 頂点の座標は $(\frac{1}{2}, \frac{9}{4})$

(3) $g(x) = -(-x^2 + x + 2) + 4 = x^2 - x + 2$ より $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の

交点のx座標は $-x^2 + x + 2 = x^2 - x + 2 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0$ より $x = 0, 1$

区間 $[0, 1]$ では $g(x) \leq f(x)$ となるので 囲まれた図形の面積は

$$\int_0^1 (-2x^2 + 2x) dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 \right]_0^1 = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

(4) $y = f(x)$ 上の点 $(p, -p^2 + p + 2)$ における接線を求めると

$f'(p) = -2p + 1$ より $y = (-2p + 1)(x - p) - p^2 + p + 2$ である。この接線が

$(-\frac{9}{8}, 0)$ を通るので $0 = p^2 + \frac{9}{4}p + \frac{7}{8}$ を満たす p は $p = -\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}$ である

よって 接線の方程式は $y = 2x + \frac{9}{4}$ と $y = \frac{9}{2}x + \frac{81}{16}$

範囲 選択 欄	①	②	受験 番号	得点	①	②

氏名	
----	--

範囲③：数学I・数学A

注：この面は範囲③の解答欄です。範囲①・範囲②の共通解答欄はこの面の裏にあります。

1	ア $-1 < m < 1$	イ $-\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$	ウ $\sqrt{33}$	エ 5
	オ $6\sqrt{6}$	カ $-2x + 4$	キ 2	ク $2x - 4$
	ケ $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$	コ $\frac{20}{243}$	サ $\frac{8}{243}$	シ $\frac{4}{81}$
2	ス $\frac{14}{3}$	セ $\frac{198}{9}$	ソ $\frac{2366}{27}$	タ 3
	チ $a^2 - 6a + 8$	ツ -1	テ 13	ト 455
	ナ 10	ニ 120	ノ 2	ネ 8
	ハ -2	ヒ 5	フ 210	ヘ 150
				ホ 60

範囲選択欄	③
	Q

受験番号		得点	③
------	--	----	---